Vi logaritmerar båda leden och löser ut $t$.

$$t = \frac{\lg 50}{0{,}1 \cdot \lg 1{,}5} \approx 96{,}48 \text{ dygn}$$

Men ryktet började spridas 4 dygn före den tidpunkt som vi räknar som $t = 0$.

$(96{,}48 + 4) = 100{,}48$ dygn

100 dygn efter det att ryktesspridningen startade, känner alla till ryktet.

▶ **Svar:** 100 dygn

**236.** $y = f(x)$ är negativ då grafen ligger under $x$-axeln.

Enligt diagrammet skär grafen $x$-axeln för $x = -2$, $x = 0$, $x = 1$ och $x = 3$.

Grafen ligger under $x$-axeln för $-2 < x < 0$ och för $1 < x < 3$.

▶ **Svar:** $-2 < x < 0$ och $1 < x < 3$

**237.** $f(x) = \sqrt{x+2}$ är en växande funktion. Alternativ a duger inte.

$f(x)$ är definierad då $(x + 2) \geq 0$, $x \geq -2$
Då duger inte alternativ d.

$f(2) = 2$ vilket bara stämmer för alternativ b.
$f(-2) = 0$ stämmer också för alternativ b.

▶ **Svar:** b

**238.** Om funktionen kan skrivas på formen $y = C \cdot x^b$ är det en potensfunktion.

**a)** Alternativ a, $y = 2x^5$ står redan på denna form.

**b)** $y = \sqrt{2x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{2} \cdot x^{0,5}$, således också en potensfunktion.

**c)** $y = -\dfrac{5}{x^2} = -5 \cdot x^{-2}$, en potensfunktion.

**d)** $y = 4 \cdot 3^{2x}$ är inte en potensfunktion eftersom $x$ finns i exponenten. Denna funktion är en exponentialfunktion.

▶ **Svar:** a, b och c

**239.** $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$

$f(x + 3) = (x + 3)^3 - 2(x + 3)^2 + (x + 3) + 1 =$
$= x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - 2(x^2 + 6x + 9) + x +$
$+ 3 + 1 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - 2x^2 - 12x -$
$- 18 + x + 3 + 1 = x^3 + 7x^2 + 16x + 13$

$f(x + 3) - f(x) =$
$= x^3 + 7x^2 + 16x + 13 - (x^3 - 2x^2 + x + 1) =$
$= x^3 + 7x^2 + 16x + 13 - x^3 + 2x^2 - x - 1 =$
$= 9x^2 + 15x + 12$

▶ **Svar:** $9x^2 + 15x + 12$

**240.** $f(x + h) = f(x) + 3h$

$f(12) = f(10 + 2) = f(10) + 3 \cdot 2 = 34 + 6 = 40$

▶ **Svar:** 40

**241.** $f(x) = 34 \cdot 3^{2x}$

$f(x + 3) = 34 \cdot 3^{2(x+3)} = 34 \cdot 3^{2x+6}$

$$\frac{f(x+3)}{f(x)} = \frac{34 \cdot 3^{2x+6}}{34 \cdot 3^{2x}} = \frac{34 \cdot 3^{2x} \cdot 3^6}{34 \cdot 3^{2x}} = 3^6 = 729$$

▶ **Svar:** 729

**242.** $f(x) = 50 \cdot 1{,}04^{2x}$

$f(5) = 50 \cdot 1{,}04^{2 \cdot 5} = 50 \cdot 1{,}04^{10}$

$f(10) = 50 \cdot 1{,}04^{2 \cdot 10} = 50 \cdot 1{,}04^{20}$

$$\frac{f(10)}{f(5)} = \frac{50 \cdot 1{,}04^{20}}{50 \cdot 1{,}04^{10}} = 1{,}04^{10} \approx 1{,}480.$$

Värdet ökar med 48%.

▶ **Svar:** Värdet ökar med 48%.

**243.** $y(55) = 10$, $y(90) = 8$ sätts in i funktionen $y = k \cdot x^a$.

$10 = k \cdot 55^a$ (1)
$8{,}0 = k \cdot 90^a$ (2)

(1) dividerat med (2) ledvis ger

$$\frac{k \cdot 55^a}{k \cdot 90^a} = \frac{10}{8{,}0}$$

Lösningar funktioner

Multiplikation med $x^2$ ger $x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x - 2)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2$

Vi gör ett teckenstudium för att undersöka karaktären hos den punkt där $x = 2$. Vi ser att $f(x)$ har en terrasspunkt för $x = 2$.

| $x$ | | 2 | |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | + | 0 | + |
| $f(x)$ | ↗ | terrass | ↗ |

$$f(2) = 2 - 4 \cdot \ln 2 - \frac{4}{2} = -4 \cdot \ln 2$$

▶ **Svar:** Terrasspunkt är $(2, -4 \cdot \ln 2)$.

---

**394.** $g(x)$ har lokala minimipunkter då derivatan byter tecken från negativ till positiv. Enligt diagrammet sker detta för $x = 0$ och för $x = 3$.

▶ **Svar:** För $x = 0$ och för $x = 3$

---

**395.** Från grafen kan vi upprätta ett teckenschema för $f'(x)$. $f'(x)$ har två nollställen, $x = -1$ och$x = 2$. Av teckenschemat framgår också växande och avtagande för funktionen $f(x)$.

| $x$ | | −1 | | 2 | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | + | 0 | + | 0 | – |
| $f(x)$ | ↗ | terrass | ↗ | max | ↘ |

Påståendena a, b och d är således sanna. Observera att $f'(x)$ har ett maximum för $x = 1$, men att $f(x)$ har ett maximum för $x = 2$.

▶ **Svar:** a, b och d

---

**396.** Från grafen ser vi att $f'(x)$ har två nollställen, $x = 1$ och $x = 3$. Vi upprättar ett teckenschema för $f'(x)$.

| $x$ | | 1 | | 3 | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | + | 0 | – | 0 | + |
| $f(x)$ | ↗ | max | ↘ | min | ↗ |

**a)** $f(x)$ har maximum för $x = 1$ och minimum för $x = 3$. Terrasspunkter saknas.

▶ **Svar:** Maximum för $x = 1$ och minimum för $x = 3$

**b)** $f(x)$ är växande i intervallen $x \leq 1$ och $x \geq 3$. $f(x)$ är avtagande i intervallet $1 \leq x \leq 3$.

▶ **Svar:** Växande för $x \leq 1$ och $x \geq 3$ och avtagande för $1 \leq x \leq 3$.

---

**397.** $f(x)$ har en lokal minimipunkt för $x = a$ om $f'(a) = 0$ samtidigt som $f'(x) < 0$ för $x < a$ och $f'(x) > 0$ för $x > a$.

Grafen i figuren visar att detta gäller för derivatans nollställen $x = -1$ och $x = 3$.

▶ **Svar:** Ja, för $x = -1$ och $x = 3$.

---

**398.** $f'(x)$ har två nollställen, $x = 0$ och $x = 2$. Av grafen framgår också att $f'(x) > 0$ för $0 < x < 2$ och $f'(x) \leq 0$ för $x \leq 0$ och för $x \geq 2$.

Vi får följande teckenschema.

| $x$ | | 0 | | 2 | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | – | 0 | + | 0 | – |
| $f(x)$ | ↘ | min | ↗ | max | ↘ |

Vi ser att påståendena a, d och e är sanna.

▶ **Svar:** a, d och e

**604.** $y = 4 \cdot \sin(1{,}5x + 90^o) = 4 \cdot \sin 1{,}5(x + 60^o)$.

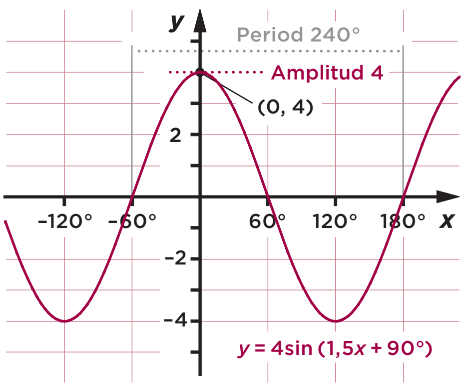
Vi jämför med standardkurvan $y = \sin x$.
$y = A \cdot \sin k(x + v)$ har amplituden $A$,

perioden $\frac{360^o}{k}$ och förskjutningsvinkeln $v$.

($v > 0$ innebär förskjutning åt vänster).

Vi ser att amplituden är 4, perioden

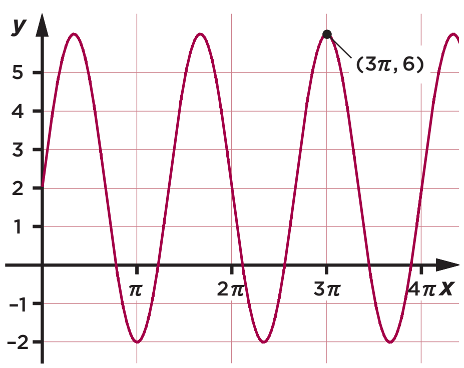
$\frac{360^o}{1{,}5} = 240^o$ och förskjutningen $60^o$ åt vänster.




Notera att kurvan också kan skrivas $y = 4 \cdot \cos 1{,}5x$ eftersom $\sin(v + 90^o) = \cos v$ för godtyckliga vinklar $v$.

**605.** Maximala värdet av $2 - 4 \cdot \sin(1{,}5x - \pi)$ är 6 vilket erhålles för $\sin(1{,}5x - \pi) = -1$, dvs. då

$$1{,}5x - \pi = \frac{3\pi}{2} + n \cdot 2\pi$$




Multiplikation med 2 ger
$3x - 2\pi = 3\pi + n \cdot 4\pi$
$3x = 5\pi + n \cdot 4\pi$

$$x = \frac{5\pi}{3} + \frac{n \cdot 4\pi}{3}$$

$$n = 1 \text{ ger } x = \frac{5\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = \frac{9\pi}{3} = 3\pi$$

som är den enda roten i intervallet $2\pi \le x \le 4\pi$.

Maximipunktens koordinater är alltså $(3\pi, 6)$.

▸ **Svar:** Maximipunktens koordinater är $(3\pi, 6)$.

**606.** Enligt diagrammet är funktionens största värde $f(x) = 2$, vilket ger att $A = 2$. Vidare visar diagrammet att perioden $T = \pi$.

$$T = \frac{2\pi}{k} \quad \Rightarrow \quad k = 2$$

$f(x) = 2 \cdot \sin(2x + C)$

Diagrammet ger också $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$

$$\sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{3} + C\right) = 0$$

$$2 \cdot \frac{\pi}{3} + C = \pi \quad \Rightarrow \quad C = \frac{\pi}{3}$$

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

▸ **Svar:** Funktionen är $f(x) = 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

**607.** $f(x) = A \cdot \cos(kx + C)$

Enligt diagrammet är $A = 3$, $f(0) = 1{,}5$ och perioden $T = 2\pi$.

$f(0) = 3 \cdot \cos(k \cdot 0 + C) = 1{,}5$

$$\cos C = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad C = \pm\frac{\pi}{3}$$

Funktionen $f(x) = 3 \cdot \cos x$ har ett av sina sitt maxima i punkten $(0, 3)$. Kurvan i diagrammet har motsvarande maximum flyttat åt vänster

till punkten $\left(-\frac{\pi}{3}, 3\right)$.

$$C = \frac{\pi}{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{k}$$

$k = 1$

$$f(x) = 3 \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

▸ **Svar:** Funktionen är $f(x) = 3 \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

**608.** $y = A \cdot \sin(kx + v) = A \cdot \sin\left(k \cdot \left(x + \frac{v}{k}\right)\right)$, där

$A$ är amplituden, $\frac{360^o}{k}$ perioden och $\frac{v}{k}$ är

förskjutningen.