164. Då vattnet faller omvandlas dess lägesenergi till elektrisk energi. Antag att vattenföringen är x m^3/s. Vattnets densitet är: $\rho = 1000$ kg/m^3.

Vattenmassan: $m = \rho \cdot$ x kg faller på tiden $t = 1$ s.

Fallhöjden är $h = 3{,}0$ m.

Verkningsgraden: $\eta = \dfrac{P_n}{P_t}$ (där $\eta = 0{,}65$)

P_n är nyttig effekt = 500 kW. P_t är tillförd effekt.

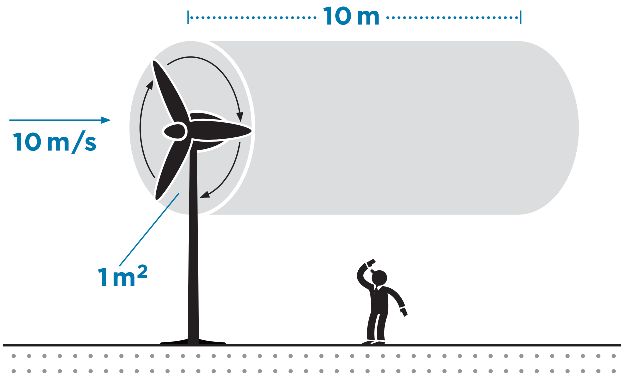
$$P_t = \frac{mgh}{t} \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{P_n}{\frac{mgh}{t}} \quad \Rightarrow \quad mgh \cdot \eta = P_n \cdot t$$

$$\rho \cdot \mathrm{x} \cdot g \cdot h \cdot \eta = P_n \cdot t$$

$$\mathrm{x} = \frac{P_n \cdot t}{\rho \cdot g \cdot h \cdot \eta} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 1}{0{,}65 \cdot 9{,}82 \cdot 3{,}0 \cdot 1000} = 26{,}1$$

▸ **Svar: 26 m^3/s**

165. Vindhastigheten är 10 m/s. Antag att vindkraftverkets propeller sveper över en cirkelyta med arean 1 m^2. På tiden 1 s hinner en *luftcylinder* med längden 10 m (se figur) passera propellern. Cylinderns volym är: 1 $m^2 \cdot$ 10 m = 10 m^3



1 m^3 luft väger 1,3 kg, 10 m^3 luft väger alltså 13 kg. Antag att denna luftmassa överför hela sin rörelseenergi till propellern.

Luftmassans rörelseenergi: $\dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{13 \cdot 10^2}{2}$ J $= 650$ J

Effekt: $P = \dfrac{\text{energi}}{\text{tid}} = \dfrac{650 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 650 \text{ W} = 0{,}65 \text{ kW}$

▸ **Svar: 0,6 kW**

166. I backens början har cyklisten rörelse- och lägesenergi:

$$\frac{mv_o^2}{2} + mgh \quad (\text{där } h = s \cdot \sin \alpha)$$

Den ursprungliga energin har i slutet av backen omvandlats till friktionsvärme och rörelseenergi:

$$F_f \cdot s + \frac{mv^2}{2}$$

De bromsande krafterna: $F_f = \mu \cdot F_N = \mu \cdot mg \cdot \cos \alpha$

$$\frac{mv_o^2}{2} + mg \cdot s \cdot \sin \alpha = \mu \cdot mg \cdot \cos \alpha \cdot s + \frac{mv^2}{2}$$

Alla termer i ekvationen divideras med m:

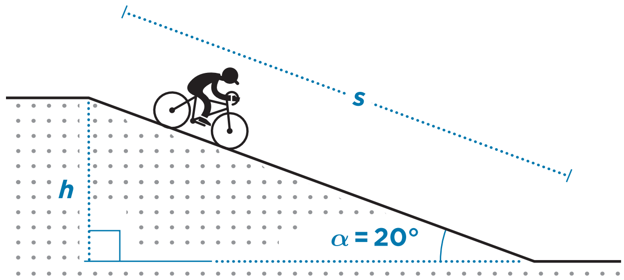
$$\frac{v_o^2}{2} + g \cdot s \cdot \sin \alpha = \mu \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot s + \frac{v^2}{2}$$

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha - 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot s$$

$$v = \sqrt{v_o^2 + 2 \cdot g \cdot s \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)} =$$

$$= \sqrt{5{,}0^2 + 2 \cdot 9{,}82 \cdot 100 \cdot (\sin 20^\circ - 0{,}30 \cdot \cos 20^\circ)} =$$

$$= 12{,}0 \text{ m/s} = 12{,}0 \cdot 3{,}6 \text{ km/h} = 43 \text{ km/h}$$



▸ **Svar: 43 km/h**

167. Hastigheten: $v = 50 \text{ km/h} = \dfrac{50}{3{,}6} \text{ m/s} = 13{,}9 \text{ m/s}$

Den nyttiga effekten:

$$P = \frac{E_k}{t} = \frac{\frac{mv^2}{2}}{t} = \frac{mv^2}{2t} = \frac{1100 \cdot 13{,}9^2}{2 \cdot 9{,}0} \text{ W} = 11{,}79 \text{ kW}$$

Motorns effekt är 57 kW.
Den nyttiga effektens andel av motoreffekten är:

$$\frac{11{,}79}{57} = 0{,}207 = 20{,}7\%$$

▸ **Svar: 21%**

168. Den potentiella energi $E_p = mgh$, som kälken har vid backens topp övergår vid backens slut till kinetisk energi E_k och dessutom till den friktionsvärme E_{f1} som bildats under färden utför backen. Således: $E_p = E_k + E_{f1}$

Kälkens kinetiska energi E_k vid backens slut omvandlas sedan under inbromsning på planen till friktionsvärme E_{f2}. Således: $E_k = E_{f2}$

Vi får: $E_p = E_{f2} + E_{f1}$
$E_{f1} = F_1 \cdot 6{,}0$ där F_1 är friktionskraften i backen.
$E_{f2} = F_2 \cdot 12{,}5$ där F_2 är friktionskraften på planen.

$F_1 = 0{,}85 \cdot F_2 \Rightarrow E_{f1} = 0{,}85 \cdot F_2 \cdot 6{,}0$

Således: $E_p = F_2 \cdot 12{,}5 + 0{,}85 \cdot F_2 \cdot 6{,}0$
$mgh = F_2 \cdot 12{,}5 + 0{,}85 \cdot F_2 \cdot 6{,}0$

$$F_2 = \frac{mgh}{(12{,}5 + 0{,}85 \cdot 6{,}0)} = \frac{mgh}{17{,}6}$$

$$E_{f2} = \frac{mgh}{17{,}6} \cdot 12{,}5 = mgh \cdot 0{,}71$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = E_{f2} = mgh \cdot 0{,}71$$

där v är kälkens hastighet vid backens slut, vilket också är dess maximala hastighet.

$$v = \sqrt{gh \cdot 0{,}71 \cdot 2} = \sqrt{9{,}82 \cdot 3{,}0 \cdot 0{,}71 \cdot 2}\ \text{m/s} = 6{,}47\ \text{m/s}$$

▶ **Svar: 6,5 m/s**

169. Antag att friktionsförlusterna E_f är lika stora på uppvägen som på nervägen. Rörelseenergin då vagnen når uppförsbacken sätts till E_o medan rörelseenergin i slutet på nedförsbacken är E_1. Lägesenergin där vagnen vänder är E_p.

Energiprincipen: $\begin{cases} E_o = E_f + E_p & (1) \\ E_p = E_f + E_1 & (2) \end{cases}$

Ekvation (1) beskriver energiomvandlingarna på uppvägen, ekvation (2) på nervägen.
(1) ger $E_f = E_o - E_p$ som sätts in i (2):
$E_p = E_o - E_p + E_1 \Rightarrow E_1 = 2E_p - E_o$

$$\frac{mv^2}{2} = 2 \cdot mgh - \frac{mv_o^2}{2}$$

Efter förkortning med massan m får vi:
$v^2 = 4gh - v_o^2$

$v = \sqrt{4gh - v_o^2}$ (där h är 2,0% av backens längd s)

$h = 0{,}02 \cdot s$

Medelhastigheten på nervägen: $v_m = \dfrac{v}{2}$

$$\text{Tiden: } t = \frac{s}{v_m} = \frac{2 \cdot s}{\sqrt{4gh - v_o^2}} = \frac{2 \cdot s}{\sqrt{4g \cdot 0{,}02 \cdot s - v_o^2}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 190}{\sqrt{4 \cdot 9{,}82 \cdot 0{,}02 \cdot 190 - 10{,}0^2}}\ \text{s} = 54{,}14\ \text{s}$$

▶ **Svar: 54 s**

170. Bilmotorn måste uträtta dels ett lyftarbete, dels ett friktionsarbete på tiden t.

Effekten: $P = \dfrac{W_1 + W_2}{t}$

där W_1 är lyftarbetet och W_2 är friktionsarbetet. Antag att bilen kör sträckan s med hastigheten v på tiden t.

Höjdökningen h på denna tid blir: $\dfrac{1}{10} \cdot s$

$$W_1 = mgh = mg \cdot \frac{1}{10} \cdot s = mg \cdot \frac{1}{10} \cdot v \cdot t$$

Friktionskraften: $F_f = 0{,}02 \cdot mg$

$W_2 = 0{,}02 \cdot mg \cdot s = 0{,}02 \cdot mg \cdot v \cdot t$ (kraft · väg)

$$P = \frac{mg \cdot \frac{1}{10} \cdot v \cdot t + 0{,}02 \cdot mg \cdot v \cdot t}{t} = 0{,}12 \cdot mg \cdot v =$$

$$= (0{,}12 \cdot 1{,}8 \cdot 10^3 \cdot 9{,}82 \cdot \frac{60}{3{,}6})\ \text{W} = 35352\ \text{W}$$

▶ **Svar: 35 kW**

171. Eftersom bilens fart (72 km/h) är lägre när den når slutet av nedförsbacken än den ursprungliga farten (90 km/h) är friktionen inte försumbar. Den ursprungliga rörelseenergin minskad med friktionsförlusterna E_f i uppförsbacken ger summan av rörelseenergi och lägesenergi på backkrönet.

$$\frac{mv_o^2}{2} - E_f = \frac{mv_1^2}{2} + mgh \quad (1)$$

$v_o = 90$ km/h $= 25$ m/s, $v_1 = 36$ km/h $= 10$ m/s

Man räknar med lika stora friktionsförluster upp som ner. (Egentligen är luftmotståndet mindre vid lägre fart, dvs. förlusterna upp och ner är inte lika). För nedfarten får man:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh - E_f = \frac{mv_2^2}{2} \quad (2)$$

$v_2 = 72$ km/h $= 20$ m/s

E_f från båda ekvationerna löses ut och sätts lika:

$$\frac{mv_o^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} - mgh = \frac{mv_1^2}{2} + mgh - \frac{mv_2^2}{2}$$

$$2mgh = \frac{mv_o^2}{2} - 2 \cdot \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

$$h = \frac{v_o^2 - 2 \cdot v_1^2 + v_2^2}{4g} = \frac{25^2 - 2 \cdot 10^2 + 20^2}{4 \cdot 9{,}82}\ \text{m} = 21{,}0\ \text{m}$$

▶ **Svar: 21 m**

172. Bilens hastighet minskar från 25 m/s till 0 m/s på 4,0 s.

Accelerationen blir då: $a = -\dfrac{25}{4{,}0}\ \text{m/s}^2 = -6{,}25\ \text{m/s}^2$